Numpy (tableaux de données multi-dimensionnels) et matplotlib (visualisation en 2D et 3D pour Python)

Slim Essid : slim.essid@telecom-paristech.fr
Alexandre Gramfort : alexandre.gramfort@telecom-paristech.fr

adapté du travail de J.R. Johansson (robert@riken.jp) http://dml.riken.jp/~rob/ (http://dml.riken.jp/~rob/)

In [1]:
```
# et JUSTE POUR MOI (pour avoir les figures dans le notebook)
%matplotlib inline
```

Introduction

- `numpy` est un module utilisé dans presque tous les projets de calcul numérique sous Python
  - Il fournit des structures de données performantes pour la manipulation de vecteurs, matrices et tenseurs plus généraux
  - `numpy` est écrit en C et en Fortran d'où ses performances élevées lorsque les calculs sont vectorisés (formulés comme des opérations sur des vecteurs/matrices)

- `matplotlib` est un module performant pour la génération de graphiques en 2D et 3D
  - syntaxe très proche de celle de Matlab
  - supporte texte et étiquettes en $\LaTeX$
  - sortie de qualité dans divers formats (PNG, PDF, SV, EPS...)
  - interface graphique intéractive pour explorer les figures

Pour utiliser `numpy` et `matplotlib` il faut commencer par les importer :

In [2]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

On peut plus simplement faire :

In [3]:
```
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *
```

Arrays numpy

Dans la terminologie numpy, vecteurs, matrices et autres tenseurs sont appelés *arrays*.

Création d'*arrays* numpy

Plusieurs possibilités:

- a partir de listes ou n-uplets Python
- en utilisant des fonctions dédiées, telles que arange, linspace, etc.
- par chargement à partir de fichiers

A partir de listes

Au moyen de la fonction numpy.array :

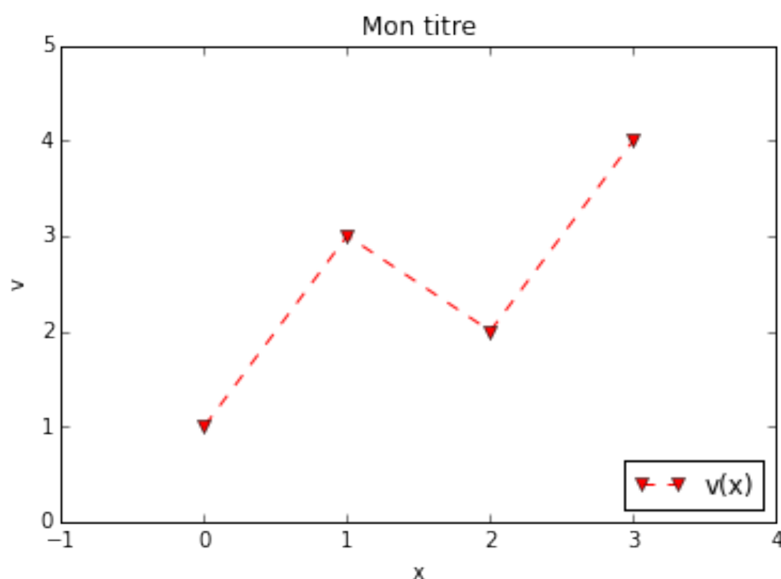
In [4]:
```
# un vecteur: l'argument de la fonction est une liste Python
v = np.array([1, 3, 2, 4])
print v
print type(v)
```

```
[1 3 2 4]
<type 'numpy.ndarray'>
```

On peut alors visualiser ces données :

In [5]:
```
v = np.array([1, 3, 2, 4])
x = np.array([0, 1, 2, 3])

plt.figure()
plt.plot(x,v, 'rv--', label='v(x)')
plt.legend(loc='lower right')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('v')
plt.title('Mon titre')
plt.xlim([-1, 4])
plt.ylim([0, 5])
plt.show()
plt.savefig('toto.png')
```




```
<matplotlib.figure.Figure at 0x1105f3310>
```

On peut omettre `show()`, lorsque la méthode `ion()` a été appelée ; c'est le cas dans Spyder et pylab

Pour définir une matrice (array de dimension 2 pour numpy):

In [14]:
```
# une matrice: l'argument est une liste emboitée
M = np.array([[1, 2], [3, 4]])
print M
```

```
[[1 2]
 [3 4]]
```

In [15]:
```
M[0, 0]
```

Out[15]: 1

Les objets `v` et `M` sont tous deux du type `ndarray` (fourni par `numpy`)

In [16]:
```
type(v), type(M)
```

Out[16]:
```
(numpy.ndarray, numpy.ndarray)
```

`v` et `M` ne diffèrent que par leur taille, que l'on peut obtenir via la propriété `shape` :

In [17]:
```
v.shape
```

Out[17]:
```
(5, 1)
```

In [18]:
```
M.shape
```

Out[18]:
```
(2, 2)
```

Pour obtenir le nombre d'éléments d'un *array* :

In [19]:
```
v.size
```

Out[19]:
```
5
```

In [20]:
```
M.size
```

Out[20]:
```
4
```

On peut aussi utiliser `numpy.shape` et `numpy.size`

In [21]:
```
np.shape(M)
```

Out[21]:
```
(2, 2)
```

Les *arrays* ont un type qu'on obtient via `dtype`:

In [22]:
```
print(M)
print(M.dtype)
```

```
[[1 2]
 [3 4]]
int64
```

Les types doivent être respectés lors d'assignations à des *arrays*

In [23]:
```
M[0,0] = "hello"
```

```
---------------------------------------------------------------------------
ValueError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-23-a09d72434238> in <module>()
----> 1 M[0,0] = "hello"

ValueError: invalid literal for long() with base 10: 'hello'
```

Attention !

In [24]:
```
a = np.array([1,2,3])
a[0] = 3.2
print a
a.dtype
```

```
[3 2 3]
```

Out[24]:
```
dtype('int64')
```

In [25]:
```
a = np.array([1,2,3], dtype=np.int64)
b = np.array([2,2,3], dtype=np.int64)
b = b.astype(float)
print a / b
```

```
[ 0.5  1.   1. ]
```

On peut définir le type de manière explicite en utilisant le mot clé `dtype` en argument:

In [26]:
```
M = np.array([[1, 2], [3, 4]], dtype=complex)
M
```

Out[26]:
```
array([[ 1.+0.j,  2.+0.j],
       [ 3.+0.j,  4.+0.j]])
```

- Autres types possibles avec `dtype` : `int`, `float`, `complex`, `bool`, `object`, etc.
- On peut aussi spécifier la précision en bits: `int64`, `int16`, `float128`, `complex128`.

Utilisation de fonction de génération d'*arrays*

arange

In [27]:
```
# create a range
x = np.arange(0, 10, 2) # arguments: start, stop, step
x
```

Out[27]:
```
array([0, 2, 4, 6, 8])
```

In [28]:
```
x = np.arange(-1, 1, 0.1)
x
```

Out[28]:
```
array([ -1.00000000e+00,  -9.00000000e-01,  -8.00000000e-01,
        -7.00000000e-01,  -6.00000000e-01,  -5.00000000e-01,
        -4.00000000e-01,  -3.00000000e-01,  -2.00000000e-01,
        -1.00000000e-01,  -2.22044605e-16,   1.00000000e-01,
         2.00000000e-01,   3.00000000e-01,   4.00000000e-01,
         5.00000000e-01,   6.00000000e-01,   7.00000000e-01,
         8.00000000e-01,   9.00000000e-01])
```

linspace and logspace

In [29]:
```
# avec linspace, le début et la fin SONT inclus
np.linspace(0, 10, 25)
```

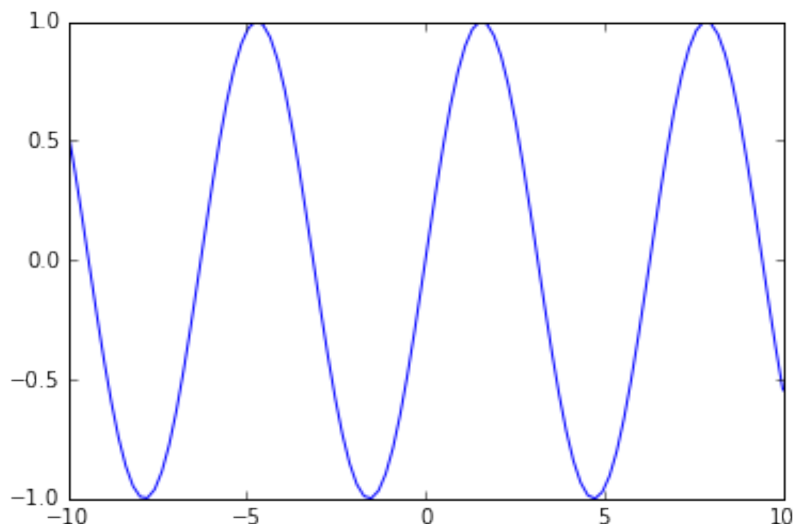
Out[29]:
```
array([  0.        ,   0.41666667,   0.83333333,   1.25      ,
         1.66666667,   2.08333333,   2.5       ,   2.91666667,
         3.33333333,   3.75      ,   4.16666667,   4.58333333,
         5.        ,   5.41666667,   5.83333333,   6.25      ,
         6.66666667,   7.08333333,   7.5       ,   7.91666667,
         8.33333333,   8.75      ,   9.16666667,   9.58333333,  10.
       ])
```

In [30]:
```
np.linspace(0, 10, 11)
```

Out[30]:
```
array([  0.,   1.,   2.,   3.,   4.,   5.,   6.,   7.,   8.,   9.,
10.])
```

In [31]:
```
xx = np.linspace(-10, 10, 100)
plt.plot(xx, np.sin(xx))
```

Out[31]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x110d96d10>]



In [33]:
```
print(np.logspace(0, 10, 10, base=np.e))
```

```
[   1.00000000e+00   3.03773178e+00   9.22781435e+00   2.80316249e+01
    8.51525577e+01   2.58670631e+02   7.85771994e+02   2.38696456e+03
    7.25095809e+03   2.20264658e+04]
```

mgrid

In [34]:
```
x, y = np.mgrid[0:5, 0:5]
```

In [35]:
```
x
```

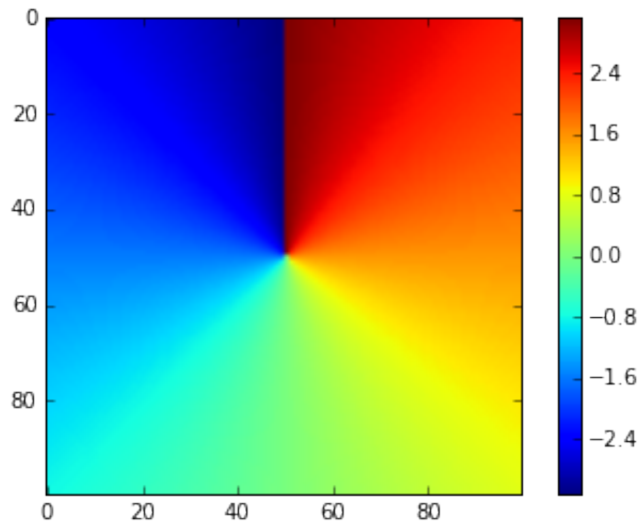
Out[35]:
```
array([[0, 0, 0, 0, 0],
       [1, 1, 1, 1, 1],
       [2, 2, 2, 2, 2],
       [3, 3, 3, 3, 3],
       [4, 4, 4, 4, 4]])
```

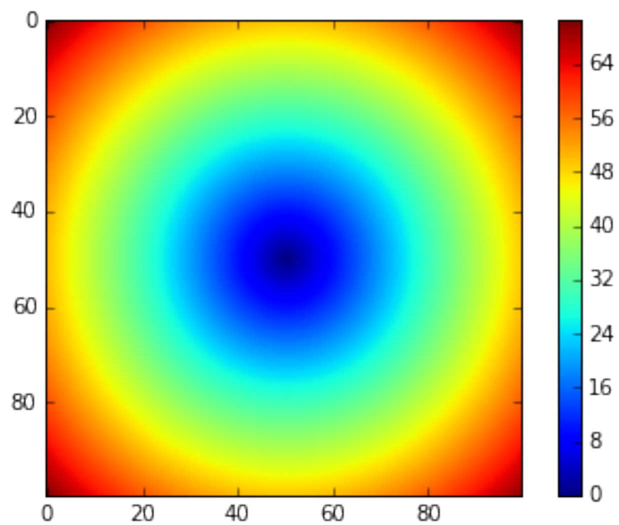
In [36]:
```
y
```

Out[36]:
```
array([[0, 1, 2, 3, 4],
       [0, 1, 2, 3, 4],
       [0, 1, 2, 3, 4],
       [0, 1, 2, 3, 4],
       [0, 1, 2, 3, 4]])
```

In [38]:
```
xx, yy = np.mgrid[-50:50, -50:50]
plt.imshow(np.angle(xx + 1j*yy))
plt.axis('on')
plt.colorbar()
plt.figure()
plt.imshow(np.abs(xx + 1j*yy))
plt.axis('on')
plt.colorbar()
```

Out[38]: <matplotlib.colorbar.Colorbar instance at 0x111da4320>





Données aléatoires

In [39]:
```
from numpy import random
```

In [40]:
```
# tirage uniforme dans [0,1]
random.rand(5,5)  # ou np.random.rand
```

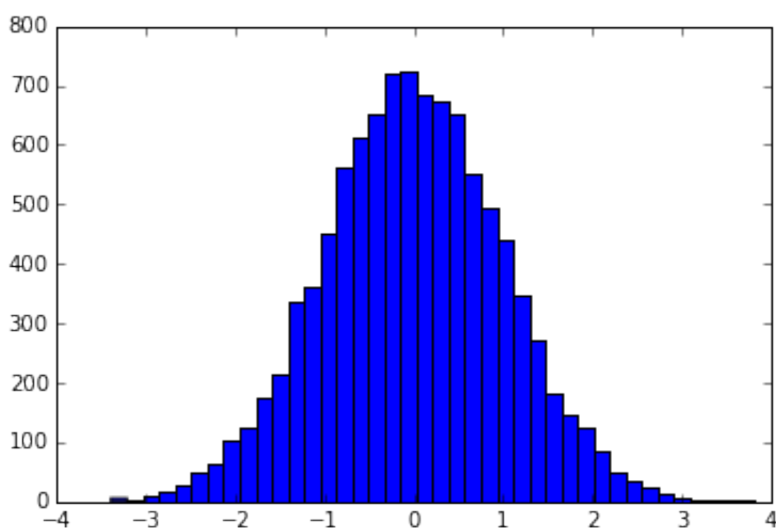
Out[40]:
```
array([[ 0.04787772,  0.51323983,  0.9076947 ,  0.02667448,  0.34598
267],
       [ 0.11853056,  0.64242872,  0.31002472,  0.05069742,  0.63790
977],
       [ 0.5173889 ,  0.08046615,  0.68116042,  0.68278034,  0.68172
398],
       [ 0.25957184,  0.80848937,  0.11265106,  0.10062125,  0.86411
504],
       [ 0.18718648,  0.5938647 ,  0.06848848,  0.37451237,  0.23974
323]])
```

In [41]:
```
# tirage suivant une loi normale standard
random.randn(5,5)
```

Out[41]:
```
array([[ 1.77285213,  1.32680289, -0.2059008 , -1.49880077, -0.98383
064],
       [ 1.14162261,  0.27945307, -0.19274179, -2.32994527, -0.28799
258],
       [ 0.23126061,  0.54948059,  1.33094402,  1.200761  , -0.97121
56 ],
       [ 0.624536  ,  1.56482753, -0.02224487,  1.77068654,  1.05426
645],
       [ 0.88113704, -1.00861277,  0.17409557, -0.76698889, -0.37759
369]])
```

Affichage de l'histogramme des tirages

In [42]:
```
a = random.randn(10000)
hh = plt.hist(a, 40)
```



diag

In [43]:
```
# une matrice diagonale
np.diag([1,2,3])
```

Out[43]:
```
array([[1, 0, 0],
       [0, 2, 0],
       [0, 0, 3]])
```

In [44]:
```
# diagonale avec décalage par rapport à la diagonale principale
np.diag([1,2,3], k=1)
```

Out[44]:
```
array([[0, 1, 0, 0],
       [0, 0, 2, 0],
       [0, 0, 0, 3],
       [0, 0, 0, 0]])
```

zeros et ones

In [45]:
```
np.zeros((3,), dtype=int)  # attention zeros(3,3) est FAUX
```

Out[45]:
```
array([0, 0, 0])
```

In [46]:
```
np.ones((3,3))
```

Out[46]:
```
array([[ 1.,  1.,  1.],
       [ 1.,  1.,  1.],
       [ 1.,  1.,  1.]])
```

In [48]:
```
print(np.zeros((3,), dtype=int))
print(np.zeros((1, 3), dtype=int))
print(np.zeros((3, 1), dtype=int))
```

```
[0 0 0]
[[0 0 0]]
[[0]
 [0]
 [0]]
```

Fichiers d'E/S

Fichiers séparés par des virgules (CSV)

Un format fichier classique est le format CSV (comma-separated values), ou bien TSV (tab-separated values). Pour lire de tels fichiers utilisez `numpy.genfromtxt`. Par exemple:

In [49]:
```
!cat data.csv
```

```
1,2,3,4,5
6,7,8,9,10
1,3,3,4,6
1,2,3,4,20
```

In [50]:
```
data = np.genfromtxt('data.csv', delimiter=',')
data
```

Out[50]:
```
array([[  1.,   2.,   3.,   4.,   5.],
       [  6.,   7.,   8.,   9.,  10.],
       [  1.,   3.,   3.,   4.,   6.],
       [  1.,   2.,   3.,   4.,  20.]])
```

In [51]:
```
data.shape
```

Out[51]:
```
(4, 5)
```

A l'aide de `numpy.savetxt` on peut enregistrer un *array* `numpy` dans un fichier txt:

In [52]:
```
M = random.rand(3,3)
M
```

Out[52]:
```
array([[ 0.39914696,  0.6410838 ,  0.7911557 ],
       [ 0.8893561 ,  0.5710319 ,  0.57829609],
       [ 0.3105546 ,  0.4751752 ,  0.95008291]])
```

In [53]:
```
np.savetxt("random-matrix.txt", M)
```

In [54]:
```
!cat random-matrix.txt
#!type random-matrix.txt
```

```
3.991469606906968837e-01 6.410837975177376968e-01 7.911557045463030180e-01
8.893561001624668005e-01 5.710319003857974307e-01 5.782960941706752900e-01
3.105546045101991171e-01 4.751751950756873955e-01 9.500829124707972362e-01
```

In [55]:
```
np.savetxt("random-matrix.csv", M, fmt='%.5f', delimiter=',') # fmt
 spécifie le format

!cat random-matrix.csv
#!type random-matrix.csv
```

```
0.39915,0.64108,0.79116
0.88936,0.57103,0.57830
0.31055,0.47518,0.95008
```

Format de fichier Numpy natif

Pour sauvegarder et recharger des *array* `numpy` : `numpy.save` et `numpy.load` :

In [56]:
```
np.save("random-matrix.npy", M)

!cat random-matrix.npy
```

```
�NUMPYF{'descr': '<f8', 'fortran_order': False, 'shape': (3, 3), }

·������?��
+�?)?��%Q�?�D��u�?�&$��E�?E�{�f��?ҕk ��?��8Ei�?���Gg
�?
```

In [57]:
```
np.load("random-matrix.npy")
```

Out[57]:
```
array([[ 0.39914696,  0.6410838 ,  0.7911557 ],
       [ 0.8893561 ,  0.5710319 ,  0.57829609],
       [ 0.3105546 ,  0.4751752 ,  0.95008291]])
```

Autres propriétés des *arrays* `numpy`

In [58]:
```
M
```

Out[58]:
```
array([[ 0.39914696,  0.6410838 ,  0.7911557 ],
       [ 0.8893561 ,  0.5710319 ,  0.57829609],
       [ 0.3105546 ,  0.4751752 ,  0.95008291]])
```

In [59]:
```
M.dtype
```

Out[59]:
```
dtype('float64')
```

In [60]:
```
M.itemsize # octets par élément
```

Out[60]:
```
8
```

In [61]:
```
M.nbytes # nombre d'octets
```

Out[61]: 72

In [62]:
```
M.nbytes / M.size
```

Out[62]: 8

In [63]:
```
M.ndim # nombre de dimensions
```

Out[63]: 2

In [65]:
```
print(np.zeros((3,), dtype=int).ndim)
print(np.zeros((1, 3), dtype=int).ndim)
print(np.zeros((3, 1), dtype=int).ndim)
```

```
1
2
2
```

Manipulation d'*arrays*

Indexation

In [66]:
```
# v est un vecteur, il n'a qu'une seule dimension -> un seul indice
v[0]
```

Out[66]: array([1.])

In [67]:
```
# M est une matrice, ou un array à 2 dimensions -> deux indices
M[1,1]
```

Out[67]: 0.57103190038579743

Contenu complet :

In [68]:
```
M
```

Out[68]:
```
array([[ 0.39914696,  0.6410838 ,  0.7911557 ],
       [ 0.8893561 ,  0.5710319 ,  0.57829609],
       [ 0.3105546 ,  0.4751752 ,  0.95008291]])
```

La deuxième ligne :

```
In [69]: M[1]
```

```
Out[69]: array([ 0.8893561 ,  0.5710319 ,  0.57829609])
```

On peut aussi utiliser `:`

```
In [70]: M[1,:] # 2 ème ligne (indice 1)
```

```
Out[70]: array([ 0.8893561 ,  0.5710319 ,  0.57829609])
```

```
In [71]: M[:,1] # 2 ème colonne (indice 1)
```

```
Out[71]: array([ 0.6410838,  0.5710319,  0.4751752])
```

```
In [73]: print(M.shape)
         print(M[1,:].shape, M[:,1].shape)
```

```
(3, 3)
((3,), (3,))
```

On peut assigner des nouvelles valeurs à certaines cellules :

```
In [74]: M[0,0] = 1
```

```
In [75]: M
```

```
Out[75]: array([[ 1.        ,  0.6410838 ,  0.7911557 ],
                [ 0.8893561 ,  0.5710319 ,  0.57829609],
                [ 0.3105546 ,  0.4751752 ,  0.95008291]])
```

```
In [76]: # on peut aussi assigner des lignes ou des colonnes
         M[1,:] = -1
         # M[1,:] = [1, 2, 3]
```

```
In [77]: M
```

```
Out[77]: array([[ 1.        ,  0.6410838 ,  0.7911557 ],
                [-1.        , -1.        , -1.        ],
                [ 0.3105546 ,  0.4751752 ,  0.95008291]])
```

Slicing ou accès par tranches

Slicing fait référence à la syntaxe `M[start:stop:step]` pour extraire une partie d'un *array* :

In [78]:
```
A = np.array([1,2,3,4,5])
A
```

Out[78]:
```
array([1, 2, 3, 4, 5])
```

In [79]:
```
A[1:3]
```

Out[79]:
```
array([2, 3])
```

Les tranches sont modifiables :

In [80]:
```
A[1:3] = [-2,-3]
A
```

Out[80]:
```
array([ 1, -2, -3,  4,  5])
```

On peut omettre n'importe lequel des argument dans `M[start:stop:step]`:

In [81]:
```
A[::] # indices de début, fin, et pas avec leurs valeurs par défaut
```

Out[81]:
```
array([ 1, -2, -3,  4,  5])
```

In [82]:
```
A[::2] # pas = 2, indices de début et de fin par défaut
```

Out[82]:
```
array([ 1, -3,  5])
```

In [83]:
```
A[:3] # les trois premiers éléments
```

Out[83]:
```
array([ 1, -2, -3])
```

In [84]:
```
A[3:] # à partir de l'indice 3
```

Out[84]:
```
array([4, 5])
```

In [85]:
```
M = np.arange(12).reshape(4, 3)
print M
```

```
[[ 0  1  2]
 [ 3  4  5]
 [ 6  7  8]
 [ 9 10 11]]
```

On peut utiliser des indices négatifs :

In [86]:
```
A = np.array([1,2,3,4,5])
```

In [87]:
```
A[-1] # le dernier élément
```
Out[87]: 5

In [88]:
```
A[-3:] # les 3 derniers éléments
```
Out[88]: array([3, 4, 5])

Le *slicing* fonctionne de façon similaire pour les *array* multi-dimensionnels

In [89]:
```
A = np.array([[n+m*10 for n in range(5)] for m in range(5)])

A
```
Out[89]:
```
array([[ 0,  1,  2,  3,  4],
       [10, 11, 12, 13, 14],
       [20, 21, 22, 23, 24],
       [30, 31, 32, 33, 34],
       [40, 41, 42, 43, 44]])
```

In [90]:
```
A[1:4, 1:4]  # sous-tableau
```
Out[90]:
```
array([[11, 12, 13],
       [21, 22, 23],
       [31, 32, 33]])
```

In [91]:
```
# sauts
A[::2, ::2]
```
Out[91]:
```
array([[ 0,  2,  4],
       [20, 22, 24],
       [40, 42, 44]])
```

In [92]:
```
A
```
Out[92]:
```
array([[ 0,  1,  2,  3,  4],
       [10, 11, 12, 13, 14],
       [20, 21, 22, 23, 24],
       [30, 31, 32, 33, 34],
       [40, 41, 42, 43, 44]])
```

In [93]:
```
A[[0, 1, 3]]
```
Out[93]:
```
array([[ 0,  1,  2,  3,  4],
       [10, 11, 12, 13, 14],
       [30, 31, 32, 33, 34]])
```

Indexation avancée (*fancy indexing*)

Lorsque qu'on utilise des listes ou des *array* pour définir des tranches :

In [94]:
```
row_indices = [1, 2, 3]
print(A)
print(A[row_indices])
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12 13 14]
 [20 21 22 23 24]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
[[10 11 12 13 14]
 [20 21 22 23 24]
 [30 31 32 33 34]]
```

In [95]:
```
A[[1, 2]][:, [3, 4]] = 0  # ATTENTION !
print(A)
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12 13 14]
 [20 21 22 23 24]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
```

In [96]:
```
print(A[[1, 2], [3, 4]])
```

```
[13 24]
```

In [97]:
```
A[np.ix_([1, 2], [3, 4])] = 0
print(A)
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12  0  0]
 [20 21 22  0  0]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
```

On peut aussi utiliser des masques binaires :

In [98]:
```
B = np.arange(5)
B
```

Out[98]:
```
array([0, 1, 2, 3, 4])
```

In [99]:
```
row_mask = np.array([True, False, True, False, False])
print(B[row_mask])
print(B[[0,2]])
```

```
[0 2]
[0 2]
```

In [100]:
```
# de façon équivalente
row_mask = np.array([1,0,1,0,0], dtype=bool)
B[row_mask]
```

Out[100]:
```
array([0, 2])
```

In [101]:
```
# ou encore
a = np.array([1, 2, 3, 4, 5])
print(a < 3)
print(B[a < 3])
```

```
[ True  True False False False]
[0 1]
```

In [102]:
```
print(A)
print(A[:, a < 3])
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12  0  0]
 [20 21 22  0  0]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
[[ 0  1]
 [10 11]
 [20 21]
 [30 31]
 [40 41]]
```

Extraction de données à partir d'*arrays* et création d'*arrays*

where

Un masque binaire peut être converti en indices de positions avec `where`

In [103]:
```
x = np.arange(0, 10, 0.5)
print(x)
mask = (x > 5) * (x < 7.5)
print(mask)
indices = np.where(mask)
indices
```

```
[ 0.   0.5  1.   1.5  2.   2.5  3.   3.5  4.   4.5  5.   5.5  6.   6
.5  7.
  7.5  8.   8.5  9.   9.5]
[False False False False False False False False False False False
True
  True  True  True False False False False False]
```

Out[103]:
```
(array([11, 12, 13, 14]),)
```

In [104]:
```
x[indices] # équivalent à x[mask]
```

Out[104]:
```
array([ 5.5,  6. ,  6.5,  7. ])
```

diag

Extraire la diagonale ou une sous-diagonale d'un *array* :

In [105]:
```
print(A)
np.diag(A)
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12  0  0]
 [20 21 22  0  0]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
```

Out[105]:
```
array([ 0, 11, 22, 33, 44])
```

In [106]:
```
np.diag(A, -1)
```

Out[106]:
```
array([10, 21, 32, 43])
```

Algèbre linéaire

La performance des programmes écrit en Python/Numpy dépend de la capacité à vectoriser les calculs (les écrire comme des opérations sur des vecteurs/matrices) en évitant au maximum les boucles `for/while`

Opérations scalaires

On peut effectuer les opérations arithmétiques habituelles pour multiplier, additionner, soustraire et diviser des *arrays* avec/par des scalaires :

In [107]:
```
v1 = np.arange(0, 5)
print(v1)
```

```
[0 1 2 3 4]
```

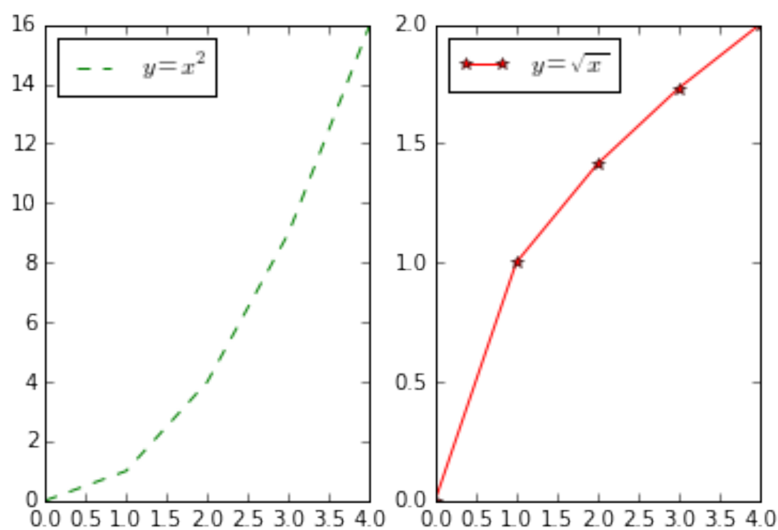
In [108]:
```
v1 * 2
```

Out[108]:
```
array([0, 2, 4, 6, 8])
```

In [109]:
```
v1 + 2
```

Out[109]:
```
array([2, 3, 4, 5, 6])
```

In [110]:
```
plt.figure()
plt.subplot(1,2,1)
plt.plot(v1 ** 2,'g--', label='$y = x^2$')
plt.legend(loc=0)
plt.subplot(1,2,2)
plt.plot(sqrt(v1), 'r*-', label='$y = \sqrt{x}$')
plt.legend(loc=2)
plt.show()
```



In [111]:
```
A = np.array([[n+m*10 for n in range(5)] for m in range(5)])
print(A)
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12 13 14]
 [20 21 22 23 24]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
```

In [112]:
```
print(A * 2)
```

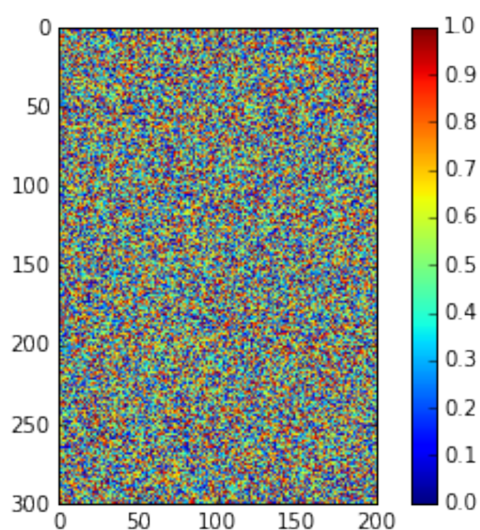
```
[[ 0  2  4  6  8]
 [20 22 24 26 28]
 [40 42 44 46 48]
 [60 62 64 66 68]
 [80 82 84 86 88]]
```

In [113]:
```
print(A + 2)
```

```
[[ 2  3  4  5  6]
 [12 13 14 15 16]
 [22 23 24 25 26]
 [32 33 34 35 36]
 [42 43 44 45 46]]
```

Visualiser des matrices

In [114]:
```
C = random.rand(300,200)
plt.figure()
plt.imshow(C)
plt.colorbar()
plt.show()
```



Opérations terme-à-terme sur les *arrays*

Les opérations par défaut sont des opérations **terme-à-terme** :

In [115]:
```
A = np.array([[n+m*10 for n in range(5)] for m in range(5)])
print(A)
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12 13 14]
 [20 21 22 23 24]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
```

In [116]:
```
A * A # multiplication terme-à-terme
```

Out[116]:
```
array([[   0,    1,    4,    9,   16],
       [ 100,  121,  144,  169,  196],
       [ 400,  441,  484,  529,  576],
       [ 900,  961, 1024, 1089, 1156],
       [1600, 1681, 1764, 1849, 1936]])
```

In [117]:
```
(A + A.T) / 2
```

Out[117]:
```
array([[ 0,  5, 11, 16, 22],
       [ 5, 11, 16, 22, 27],
       [11, 16, 22, 27, 33],
       [16, 22, 27, 33, 38],
       [22, 27, 33, 38, 44]])
```

In [118]:
```
print v1
print v1 * v1
```

```
[0 1 2 3 4]
[ 0  1  4  9 16]
```

En multipliant des *arrays* de tailles compatibles, on obtient des multiplications terme-à-terme par ligne :

In [120]:
```
A.shape, v1.shape
```

Out[120]:
```
((5, 5), (5,))
```

In [121]:
```
print(A)
print(v1)
print(A * v1)
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12 13 14]
 [20 21 22 23 24]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
[0 1 2 3 4]
[[  0   1   4   9  16]
 [  0  11  24  39  56]
 [  0  21  44  69  96]
 [  0  31  64  99 136]
 [  0  41  84 129 176]]
```

Exercice:

Sans utiliser de boucles (`for/while`) :

- Créer une matrice (5x6) aléatoire
- Remplacer une colonne sur deux par sa valeur moins le double de la colonne suivante
- Remplacer les valeurs négatives par 0 en utilisant un masque binaire

Algèbre matricielle

Comment faire des multiplications de matrices ? Deux façons :

- en utilisant les fonctions `dot`; (recommandé)
- en utiliser le type `matrix`. (à éviter)

In [122]:
```
print(A.shape)
print(A)
print(type(A))
```

```
(5, 5)
[[ 0  1  2  3  4]
 [10 11 12 13 14]
 [20 21 22 23 24]
 [30 31 32 33 34]
 [40 41 42 43 44]]
<type 'numpy.ndarray'>
```

In [123]:
```
print(np.dot(A, A))  # multiplication matrice
print(A * A)  # multiplication élément par élément
```

```
[[ 300  310  320  330  340]
 [1300 1360 1420 1480 1540]
 [2300 2410 2520 2630 2740]
 [3300 3460 3620 3780 3940]
 [4300 4510 4720 4930 5140]]
[[   0    1    4    9   16]
 [ 100  121  144  169  196]
 [ 400  441  484  529  576]
 [ 900  961 1024 1089 1156]
 [1600 1681 1764 1849 1936]]
```

In [124]:
```
A.dot(v1)
```

Out[124]:
```
array([ 30, 130, 230, 330, 430])
```

In [125]:
```
np.dot(v1, v1)
```

Out[125]:
```
30
```

Avec le type `matrix` de Numpy

In [126]:
```
M = np.matrix(A)
v = np.matrix(v1).T # en faire un vecteur colonne
```

In [127]:
```
M * v
```

Out[127]:
```
matrix([[ 30],
        [130],
        [230],
        [330],
        [430]])
```

In [128]:
```
# produit scalaire
v.T * v
```

Out[128]:
```
matrix([[30]])
```

In [129]:
```
# avec les objets matrices, c'est les opérations standards sur les matrices qui sont appliquées
v + M*v
```

Out[129]:
```
matrix([[ 30],
        [131],
        [232],
        [333],
        [434]])
```

Si les dimensions sont incompatibles on provoque des erreurs :

In [130]:
```
v = np.matrix([1,2,3,4,5,6]).T
```

In [131]:
```
np.shape(M), np.shape(v)
```

Out[131]:
```
((5, 5), (6, 1))
```

In [132]:
```
M * v
```

```
---------------------------------------------------------------------------
ValueError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-132-995fb48ad0cc> in <module>()
----> 1 M * v

/Users/alex/anaconda/lib/python2.7/site-packages/numpy/matrixlib/defmatrix.pyc in __mul__(self, other)
    341         if isinstance(other, (N.ndarray, list, tuple)) :
    342             # This promotes 1-D vectors to row vectors
--> 343             return N.dot(self, asmatrix(other))
    344         if isscalar(other) or not hasattr(other, '__rmul__') :
    345             return N.dot(self, other)

ValueError: shapes (5,5) and (6,1) not aligned: 5 (dim 1) != 6 (dim 0)
```

Voir également les fonctions : `inner`, `outer`, `cross`, `kron`, `tensordot`. Utiliser par exemple `help(kron)`.

Transformations d'*arrays* ou de matrices

- Plus haut `.T` a été utilisé pour transposer l'objet matrice `v`
- On peut aussi utiliser la fonction `transpose`

Autres transformations :

In [133]:
```
C = np.matrix([[1j, 2j], [3j, 4j]])
C
```

Out[133]:
```
matrix([[ 0.+1.j,  0.+2.j],
        [ 0.+3.j,  0.+4.j]])
```

In [134]:
```
np.conjugate(C)
```

Out[134]:
```
matrix([[ 0.-1.j,  0.-2.j],
        [ 0.-3.j,  0.-4.j]])
```

Transposée conjuguée :

In [135]:
```
C.H
```

Out[135]:
```
matrix([[ 0.-1.j,  0.-3.j],
        [ 0.-2.j,  0.-4.j]])
```

Parties réelles et imaginaires :

In [136]:
```
np.real(C) # same as: C.real
```

Out[136]:
```
matrix([[ 0.,  0.],
        [ 0.,  0.]])
```

In [137]:
```
np.imag(C) # same as: C.imag
```

Out[137]:
```
matrix([[ 1.,  2.],
        [ 3.,  4.]])
```

Argument et module :

In [138]:
```
np.angle(C + 1)
```

Out[138]:
```
array([[ 0.78539816,  1.10714872],
       [ 1.24904577,  1.32581766]])
```

In [139]:
```
np.abs(C)
```

Out[139]:
```
matrix([[ 1.,  2.],
        [ 3.,  4.]])
```

Caclul matriciel

Analyse de données

Numpy propose des fonctions pour calculer certaines statistiques des données stockées dans des *arrays* :

In [140]:
```
data = np.vander([1, 2, 3, 4])
print(data)
print(data.shape)
```

```
[[ 1  1  1  1]
 [ 8  4  2  1]
 [27  9  3  1]
 [64 16  4  1]]
(4, 4)
```

mean

In [141]:
```
# np.mean(data)
print(np.mean(data, axis=0))
```

```
[ 25.    7.5   2.5   1. ]
```

In [142]:
```
# la moyenne de la troisième colonne
np.mean(data[:,2])
```

Out[142]: 2.5

variance et écart type

In [143]:
```
np.var(data[:,2]), np.std(data[:,2])
```

Out[143]: (1.25, 1.1180339887498949)

min et max

In [144]:
```
data[:,2].min()
```

Out[144]: 1

In [145]:
```
data[:,2].max()
```

Out[145]: 4

In [146]:
```
data[:,2].sum()
```

Out[146]: 10

In [147]:
```
data[:,2].prod()
```

Out[147]: 24

sum, prod, et trace

In [148]:
```
d = np.arange(0, 10)
d
```

Out[148]: array([0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])

In [149]:
```
# somme des éléments
np.sum(d)
```

Out[149]: 45

ou encore :

In [150]:
```
d.sum()
```

Out[150]: 45

In [151]:
```
# produit des éléments
np.prod(d + 1)
```

Out[151]: 3628800

In [152]:
```
# somme cumulée
np.cumsum(d)
```

Out[152]: array([0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45])

In [153]:
```
# produit cumulé
np.cumprod(d + 1)
```

Out[153]:
```
array([      1,       2,       6,      24,     120,     720,    5040
,
         40320,  362880, 3628800])
```

In [154]:
```
# équivalent à diag(A).sum()
np.trace(data)
```

Out[154]: 9

EXERCICE :

Calculer une approximation de π par la formule de Wallis sans boucle `for` avec Numpy

$$\pi = 2 \prod_{i=1}^{\infty} \frac{4i^2}{4i^2 - 1}$$

Calculs avec parties d'*arrays*

en utilisant l'indexation ou n'importe quelle méthode d'extraction de donnés à partir des *arrays*

```
In [155]: data
```

```
Out[155]: array([[ 1,  1,  1,  1],
                 [ 8,  4,  2,  1],
                 [27,  9,  3,  1],
                 [64, 16,  4,  1]])
```

```
In [156]: np.unique(data[:,1])
```

```
Out[156]: array([ 1,  4,  9, 16])
```

```
In [157]: mask = data[:,1] == 4
```

```
In [158]: np.mean(data[mask,3])
```

```
Out[158]: 1.0
```

Calculs aves données multi-dimensionnelles

Pour appliquer `min`, `max`, etc., par lignes ou colonnes :

```
In [159]: m = random.rand(3,4)
          m
```

```
Out[159]: array([[ 0.1107825 ,  0.13145548,  0.46566654,  0.2465301 ],
                 [ 0.63008442,  0.95829525,  0.90675777,  0.87015917],
                 [ 0.7042647 ,  0.68990414,  0.95861916,  0.55068237]])
```

```
In [160]: # max global
          m.max()
```

```
Out[160]: 0.95861916063175645
```

In [161]:
```
# max dans chaque colonne
m.max(axis=0)
```

Out[161]:
```
array([ 0.7042647 ,  0.95829525,  0.95861916,  0.87015917])
```

In [162]:
```
# max dans chaque ligne
m.max(axis=1)
```

Out[162]:
```
array([ 0.46566654,  0.95829525,  0.95861916])
```

Plusieurs autres méthodes des classes `array` et `matrix` acceptent l'argument (optional) `axis` keyword argument.

Copy et "deep copy"

Pour des raisons de performance Python ne copie pas automatiquement les objets (par exemple passage par référence des paramètres de fonctions).

In [163]:
```
A = np.array([[0,  2],[ 3,  4]])
A
```

Out[163]:
```
array([[0, 2],
       [3, 4]])
```

In [164]:
```
B = A
```

In [165]:
```
# changer B affecte A
B[0,0] = 10
B
```

Out[165]:
```
array([[10,  2],
       [ 3,  4]])
```

In [166]:
```
A
```

Out[166]:
```
array([[10,  2],
       [ 3,  4]])
```

In [167]:
```
B = A
print B is A
```

```
True
```

Pour éviter ce comportement, on peut demander une *copie profonde* (*deep copy*) de `A` dans `B`

In [168]:
```
# B = np.copy(A)
B = A.copy()
```

In [169]:
```
# maintenant en modifiant B, A n'est plus affecté
B[0,0] = -5

B
```

Out[169]:
```
array([[-5,  2],
       [ 3,  4]])
```

In [170]:
```
A  # A est aussi modifié !
```

Out[170]:
```
array([[10,  2],
       [ 3,  4]])
```

In [171]:
```
print(A - A[:,0])  # FAUX
print(A - A[:,0].reshape((2, 1)))  # OK
```

```
[[ 0 -1]
 [-7  1]]
[[ 0 -8]
 [ 0  1]]
```

Changement de forme et de taille, et concaténation des *arrays*

In [172]:
```
A
```

Out[172]:
```
array([[10,  2],
       [ 3,  4]])
```

In [173]:
```
n, m = A.shape
```

In [174]:
```
B = A.reshape((1, n * m))
B
```

Out[174]:
```
array([[10,  2,  3,  4]])
```

In [175]:
```
B[0,0:5] = 5 # modifier l'array

B
```

Out[175]:
```
array([[5, 5, 5, 5]])
```

In [176]:
```
A
```

Out[176]:
```
array([[5, 5],
       [5, 5]])
```

Attention !

La variable originale est aussi modifiée ! B n'est qu'une nouvelle *vue* de A.

Pour transformer un *array* multi-dimmensionel en un vecteur. Mais cette fois-ci, une copie des données est créée :

In [177]:
```
B = A.flatten()
B
```

Out[177]:
```
array([5, 5, 5, 5])
```

In [178]:
```
B[0:5] = 10
B
```

Out[178]:
```
array([10, 10, 10, 10])
```

In [179]:
```
A # A ne change pas car B est une copie de A
```

Out[179]:
```
array([[5, 5],
       [5, 5]])
```

Ajouter une nouvelle dimension avec `newaxis`

par exemple pour convertir un vecteur en une matrice ligne ou colonne :

In [180]:
```
v = np.array([1,2,3])
```

In [181]:
```
np.shape(v)
```

Out[181]:
```
(3,)
```

In [182]:
```
# créer une matrice à une colonne à partir du vectuer v
v[:, np.newaxis]
```

Out[182]:
```
array([[1],
       [2],
       [3]])
```

In [183]:
```
v[:, np.newaxis].shape
```

Out[183]:
```
(3, 1)
```

In [184]:
```
# matrice à une ligne
v[np.newaxis,:].shape
```

Out[184]:
```
(1, 3)
```

Concaténer, répéter des *arrays*

En utilisant les fonctions `repeat`, `tile`, `vstack`, `hstack`, et `concatenate`, on peut créer des vecteurs/matrices plus grandes à partir de vecteurs/matrices plus petites :

repeat et tile

In [185]:
```
a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
a
```
Out[185]:
```
array([[1, 2],
       [3, 4]])
```

In [186]:
```
# répéter chaque élément 3 fois
np.repeat(a, 3) # résultat 1-d
```
Out[186]:
```
array([1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4])
```

In [187]:
```
# on peut spécifier l'argument axis
np.repeat(a, 3, axis=1)
```
Out[187]:
```
array([[1, 1, 1, 2, 2, 2],
       [3, 3, 3, 4, 4, 4]])
```

Pour répéter la matrice, il faut utiliser `tile`

In [188]:
```
# répéter la matrice 3 fois
np.tile(a, 3)
```
Out[188]:
```
array([[1, 2, 1, 2, 1, 2],
       [3, 4, 3, 4, 3, 4]])
```

concatenate

In [189]:
```
b = np.array([[5, 6]])
```

In [190]:
```
np.concatenate((a, b), axis=0)
```
Out[190]:
```
array([[1, 2],
       [3, 4],
       [5, 6]])
```

In [191]:
```
np.concatenate((a, b.T), axis=1)
```

Out[191]:
```
array([[1, 2, 5],
       [3, 4, 6]])
```

hstack et vstack

In [192]:
```
np.vstack((a,b))
```

Out[192]:
```
array([[1, 2],
       [3, 4],
       [5, 6]])
```

In [193]:
```
np.hstack((a,b.T))
```

Out[193]:
```
array([[1, 2, 5],
       [3, 4, 6]])
```

Itérer sur les éléments d'un *array*

- Dans la mesure du possible, il faut éviter l'itération sur les éléments d'un *array* : c'est beaucoup plus lent que les opérations vectorisées
- Mais il arrive que l'on n'ait pas le choix...

In [194]:
```
v = np.array([1,2,3,4])

for element in v:
    print element
```

```
1
2
3
4
```

In [195]:
```
M = np.array([[1,2], [3,4]])

for row in M:
    print "row", row

    for element in row:
        print element
```

```
row [1 2]
1
2
row [3 4]
3
4
```

Pour obtenir les indices des éléments sur lesquels on itère (par exemple, pour pouvoir les modifier en même temps) on peut utiliser `enumerate` :

In [196]:
```
for row_idx, row in enumerate(M):
    print "row_idx", row_idx, "row", row

    for col_idx, element in enumerate(row):
        print "col_idx", col_idx, "element", element

        # update the matrix M: square each element
        M[row_idx, col_idx] = element ** 2
```

```
row_idx 0 row [1 2]
col_idx 0 element 1
col_idx 1 element 2
row_idx 1 row [3 4]
col_idx 0 element 3
col_idx 1 element 4
```

In [197]:
```
# chaque élément de M a maintenant été élevé au carré
M
```

Out[197]:
```
array([[ 1,  4],
       [ 9, 16]])
```

Utilisation d'*arrays* dans des conditions

Losqu'on s'intéresse à des conditions sur tout on une partie d'un *array*, on peut utiliser `any` ou `all` :

In [198]:
```
M
```

Out[198]:
```
array([[ 1,  4],
       [ 9, 16]])
```

In [199]:
```
if (M > 5).any():
    print("au moins un élément de M est plus grand que 5")
else:
    print("aucun élément de M n'est plus grand que 5")
```

```
au moins un élément de M est plus grand que 5
```

In [200]:
```
if (M > 5).all():
    print("tous les éléments de M sont plus grands que 5")
else:
    print("tous les éléments de M sont plus petits que 5")
```

```
tous les éléments de M sont plus petits que 5
```

Type casting

On peut créer une vue d'un autre type que l'original pour un *array*

In [201]:
```
M = array([[-1,2], [0,4]])
M.dtype
```

Out[201]:
```
dtype('int64')
```

In [202]:
```
M2 = M.astype(float)
M2
```

Out[202]:
```
array([[-1.,  2.],
       [ 0.,  4.]])
```

In [203]:
```
M2.dtype
```

Out[203]:
```
dtype('float64')
```

In [204]:
```
M3 = M.astype(bool)
M3
```

Out[204]:
```
array([[ True,  True],
       [False,  True]], dtype=bool)
```

Pour aller plus loin

- http://numpy.scipy.org (http://numpy.scipy.org)
- http://scipy.org/Tentative_NumPy_Tutorial (http://scipy.org/Tentative_NumPy_Tutorial)
- http://scipy.org/NumPy_for_Matlab_Users (http://scipy.org/NumPy_for_Matlab_Users) - Un guide pour les utilisateurs de MATLAB.